

## 3.5. Izračunavanje težišta masa, površina i zapremina

Prethodno semo se upoznali sa pojmom **moment sile** koji je predstavljao proizvod **sile i kraka**, odnosno rastojanja na kojem sila djeluje u odnosu na neku tačku, osu ili ravan.

**Težina** kao **sila** je između ostalog definisana i **tačkom u kojoj djeluje** i ta tačka se naziva **težište tijela**.

Ako imamo **složeno tijelo** koje se sastoji od više tijela od kojih svako ima svoju težinu koja djeluje u svom težištu, onda položaj težišta takvog složenog tijela dobijamo preko sledećih **momentnih jednačina**:

$$X_c = \frac{\sum G_i \cdot x_i}{\sum G_i} ; Y_c = \frac{\sum G_i \cdot y_i}{\sum G_i} \text{ i } Z_c = \frac{\sum G_i \cdot z_i}{\sum G_i},$$

$$X_c = \frac{\sum G_i \cdot x_i}{\sum G_i} ; Y_c = \frac{\sum G_i \cdot y_i}{\sum G_i} \text{ i } Z_c = \frac{\sum G_i \cdot z_i}{\sum G_i},$$

gdje su:

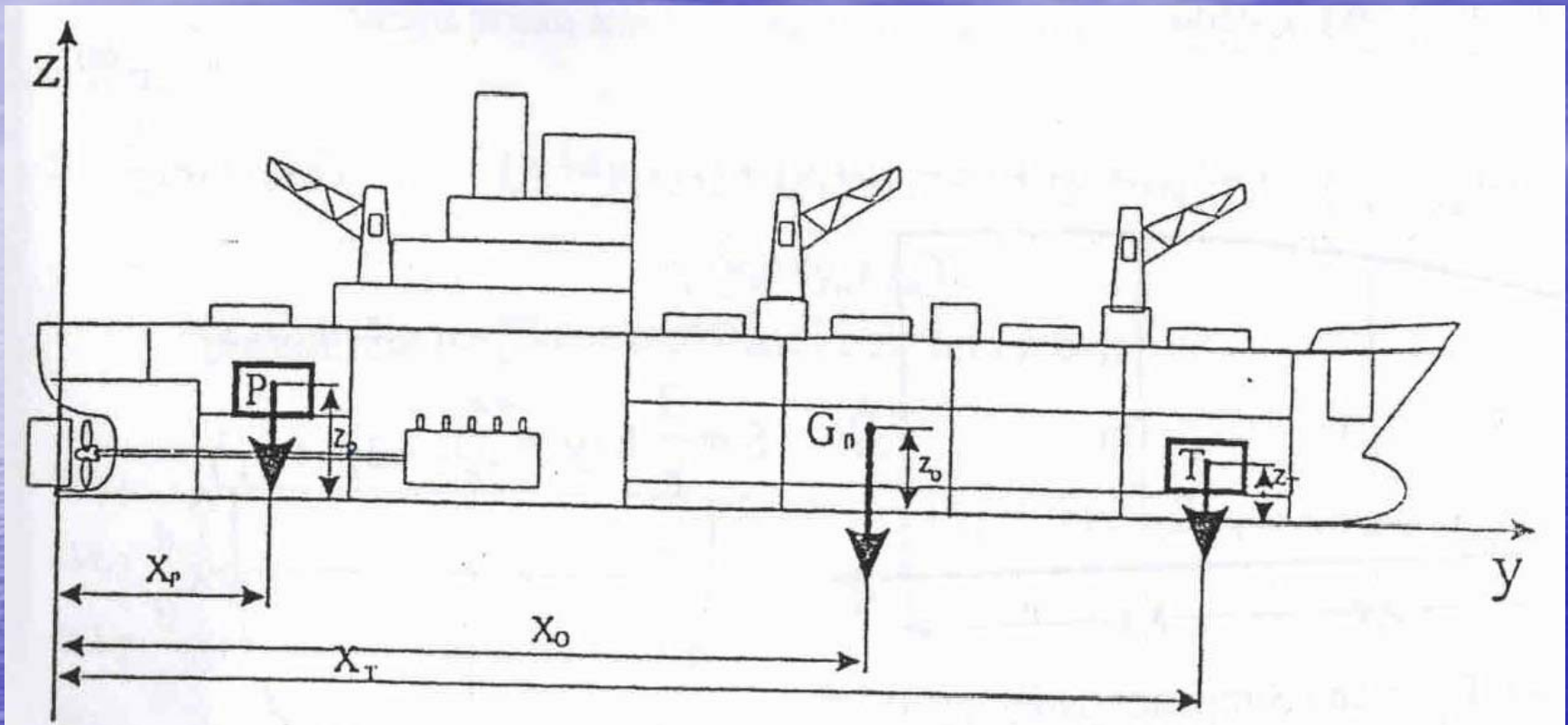
**X<sub>c</sub>** - položaj težišta po **x** osi,

**Y<sub>c</sub>** - položaj težišta po **y** osi i

**Z<sub>c</sub>** - položaj težišta po **z** osi.

Po istom principu možemo naći i težište broda po visini ili dužini.

## Izračunavanje težišta broda



Brod je prije ukrcaja tereta "P" i "T" imao masu "D" i položaj težišta određenim ordinatama  $x_0$  i  $z_0$ .

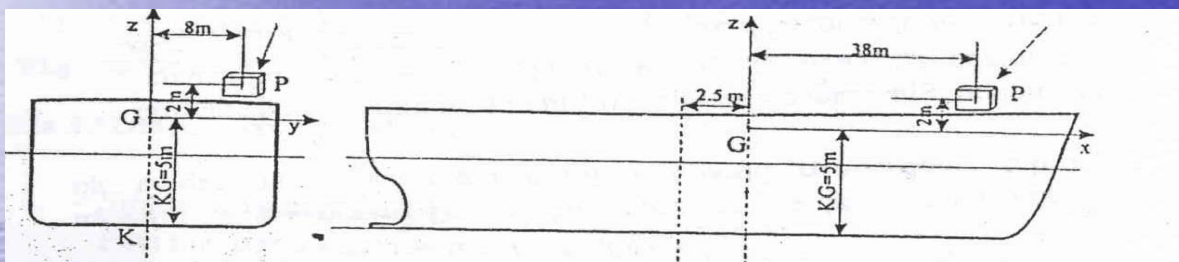
Teret "P" je ukrcan na položaju određenom ordinatama  $z_p$  i  $y_p$ , a teret "T" ordinatama  $z_t$  i  $y_t$ .

Nakon ukrcaja tereta "P" i "T", **novi položaj težišta broda** će biti određen sledećim formulama:

$$\dot{x}_1 = \frac{Dx_0 + Px_p + Tx_t}{D + P + T} \quad \text{i} \quad y_1 = \frac{Dy_0 + Py_p + Ty_t}{D + P + T}$$

## Primjer:

Brod je prije ukrcaja tereta imao deplasman  $D = 6000$  tona i težište mu se nalazilo na visini od kobilice  $KG = 5$  m, na rastojanju  $2$  m od sredine broda prema pramcu i na simetrali broda. Na brod je ukrcan teret  $P = 100$  tona na visini od  $7$  m iznad kobilice,  $8$  m od simetrale broda i  $40.5$  m od sredine broda prema pramcu. Treba naći novi položaj težišta broda



Koordinatni sistem postavljamo u težištu broda G.

Pomjeranje težišta po **visini** određujemo iz momentne jednačine

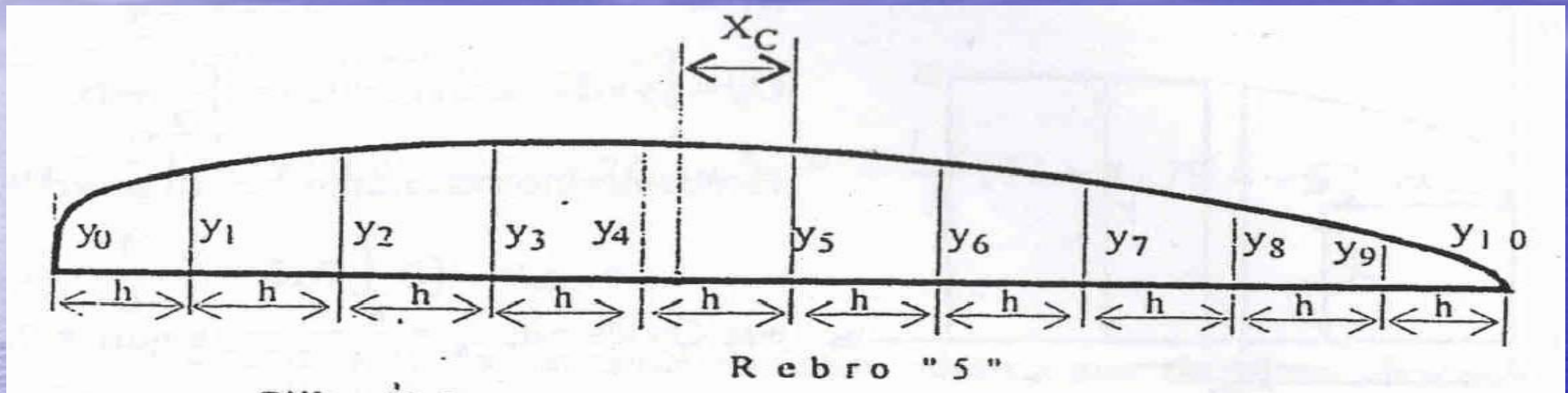
**Zatim određujemo Horizontalno** pomjeranje težišta iz jednačine.

Pomjereno težište u **uždužno** određujemo pomoću momentne jednačine

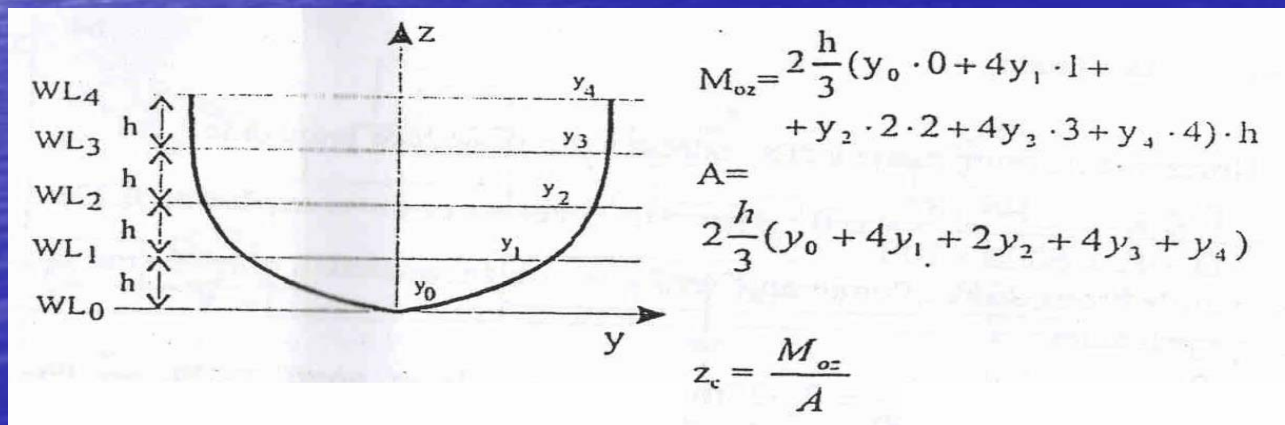
Po analogiji sa momentom sila može se uvesti i moment površine, kao i centar djelovanja površina (težište površine).

U brodskim proračunima uobičajeno uzimamo peto rebro (sredinu broda) kao referentnu tačku za mjerenje kraka težišta i smatramo ga pozitivnim ako se nalazi prema krmi.

Izračunavanje težišta površine vodne linije



Istim postupkom određujemo i momente površina rebara, odnosno na bazi njih, težišta površina rebara po visini. Izračunavanje težišta rebara



Na isti način, tražeći centar djelovanja sila, masa i površina, možemo tražiti i centar djelovanja zapremine.

Zapreminu broda do određenog gaza računa se preko areale rebara i preko areale vodnih linija.

Areala rebara nam može poslužiti za izračunavanje položaja težišta zapremine po dužini, a areala vodnih linija za položaj težišta po visini.

Ttežište zapremine po visini i po dužini mijenja se sa gazom i nanosi se na dijagramski list u zavisnosti od gaza.

Određivanjem **momenta određene površine** za bilo koju osu i da njegovim dijeljenjem sa površinom dobijamo položaj težišta u odnosu na tu osu.

**Moment površine** u odnosu na neku osu naziva se **I moment površine** ili **statički moment površine**.

Po analogiji možemo naći i moment određene površine u odnosu na neku osu. Takav moment se naziva **II moment površine** ili **moment inercije površine**.

Najmanji moment jedne površine po Štajnerovoj teoremi jeste onaj za osu koja prolazi kroz težište površine.

Primjenom Štajnerovog pravila, ukoliko znamo za jednu osu možemo naći moment inercije za bilo koju drugu paralelnu osu, pa i za osu koja prolazi kroz težište  $X_f$ .

Kod vodnih linija centar se nalazi na osi simetrije pa je ovo istovremeno i moment inercije za osu koja prolazi kroz težište.

Međutim kod nesimetričnih vodnih linija, odnosno kod nagnutog broda, mora se tražiti moment inercije za osu koja prolazi kroz težište.

Pitanja ?

**HVALA NA PAŽNJI**